

Программа подготовки к вступительным испытаниям по математике для поступающих на направления подготовки «Экономика», «Менеджмент» Костанайского филиала ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Изучение математики на профильном уровне среднего (полного) общего образования направлено на достижение следующих целей:

- **формирование** представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- **овладение** языком математики в устной и письменной форме, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;
- **развитие** логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, математического мышления и интуиции, творческих способностей, необходимых для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- **воспитание** средствами математики культуры личности через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; понимания значимости математики для научно-технического прогресса.

***ОБЯЗАТЕЛЬНЫЙ МИНИМУМ СОДЕРЖАНИЯ
ОСНОВНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ***

ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Делимость целых чисел. Деление с остатком. *Сравнения*¹. Решение задач с целочисленными неизвестными.

Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. *Возведение в натуральную степень (формула Муавра). Основная теорема алгебры.*

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. *Схема Горнера.* Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. *Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.*

Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс

¹ Курсивом в тексте выделен материал, который подлежит изучению, но не включается в Требования к уровню подготовки выпускников.

половинного аргумента. *Преобразования тригонометрических выражений.*

Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений. *Простейшие тригонометрические неравенства.*

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

ФУНКЦИИ

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). *Выпуклость функции.* Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график. *Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.*

Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. *Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.*

Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.

Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, *растяжение и сжатие вдоль осей координат.*

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. *Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах.*

Понятие о непрерывности функции. *Основные теоремы о непрерывных функциях.*

Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. *Производные сложной и обратной функций.* Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений *и неравенств.*

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.

Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.*

ГЕОМЕТРИЯ

Геометрия на плоскости

Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.

Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма

Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

Геометрические места точек.

Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

Теорема Чевы и теорема Менелая.

Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.

Неразрешимость классических задач на построение.

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). *Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.*

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. *Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.*

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная).

Сечения многогранников. Построение сечений.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. *Осевые сечения и сечения параллельные основанию.*

Шар и сфера, их сечения. *Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса.* Касательная плоскость к сфере. *Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.*

Цилиндрические и конические поверхности.

Объемы тел и площади их поверхностей. *Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.*

Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. *Формула расстояния от точки до плоскости.*

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ

***В результате изучения математики на профильном уровне ученик должен
знать/понимать²***

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира;

² Помимо указанных в данном разделе знаний, в требования к уровню подготовки включаются также знания, необходимые для освоения перечисленных ниже умений.

ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

уметь

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

уметь

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- построения и исследования простейших математических моделей;

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера;

ГЕОМЕТРИЯ

уметь

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

**Порядок проведения вступительного испытания по математике при поступлении на
первый курс направлений подготовки и специальностей
Костанайского филиала ФГБОУ ВО «ЧелГУ»**

- Вступительное испытание по математике проводится в форме компьютерного тестирования – для поступающих на очную форму обучения и в форме бланчного или компьютерного тестирования (по выбору абитуриента) для поступающих на заочную форму обучения;
- Тест состоит из 25 вопросов, за каждый верный ответ присваивается 4 балла, таким образом, всё тестовое задание оценивается максимум в 100 баллов;
- Минимальный проходной балл по математике для поступающих на очную и заочную формы обучения – 28 баллов (7 верных ответов из 25 предложенных вопросов);
- каждый вопрос теста содержит только один правильный ответ из предложенных четырёх вариантов ответов;
- время выполнения тестового задания – 1 час (60 минут);
- при выполнении тестового задания на компьютере можно пропустить до трёх вопросов (в случае сомнения в выборе правильного ответа), которые программа вернёт на проработку в конце отведённого времени;
- Важно! При заполнении поля регистрации абитуриента указать выбранное направление подготовки или специальность, код, фамилию, имя, отчество;
- По окончании тестирования программа показывает результат выполнения работы в виде диаграммы с указанием количества процентов выполнения и суммы баллов;
- В случае сбоя программы – досрочного завершения тестирования и т.п., - экзаменатор фиксирует сумму набранных баллов, время выполнения работы в протоколе тестирования группы;
- Вход на тестирование осуществляется только при предъявлении абитуриентом документа, удостоверяющего его личность (или паспорта);
- Во время проведения вступительного испытания запрещается иметь при себе средства связи, личные вещи;
- Каждое рабочее место для экзаменуемого оснащается черновиком и ручкой; допускается наличие непрограммируемого калькулятора
- Процедура вступительного испытания фиксируется камерой видеонаблюдения в целях обеспечения безопасности тестируемых и исключения случаев коррупционных нарушений при проведении вступительных испытаний;
- Запрещено опоздание абитуриента на вступительное испытание свыше 10 минут; в случае нарушения опоздавший абитуриент не допускается на тестирование по расписанию; в индивидуальных случаях он может быть допущен на экзамен с другим потоком;
- В случае нарушения правил поведения абитуриентами во время проведения вступительного испытания, абитуриент удаляется с экзамена без права повторного прохождения экзамена; данный факт нарушения фиксируется членами предметной комиссии в акте удаления;
- Результаты прохождения вступительных испытаний сообщаются на следующий за экзаменом рабочий день с 14 часов 00 минут путём размещения ведомостей на информационном стенде приёмной комиссии; по телефону подобные услуги не оказываются;
- Все возникающие вопросы решаются в рабочем порядке членами приёмной комиссии

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Упростите выражение: $-2(4y - 7 - 2b) - (5 - 3y + b)$

1) $-5y + 3b$

2) $-5y - 9$

3) $3b + 9$

4) $-5y + 3b + 9$

2. Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 34 поездки. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 307 рублей, а разовая поездка – 21 рубль?

1) 407

2) 714

3) 512

4) 127

3. Вычислите:

$$\frac{\sqrt[3]{351}}{3\sqrt[3]{13}}$$

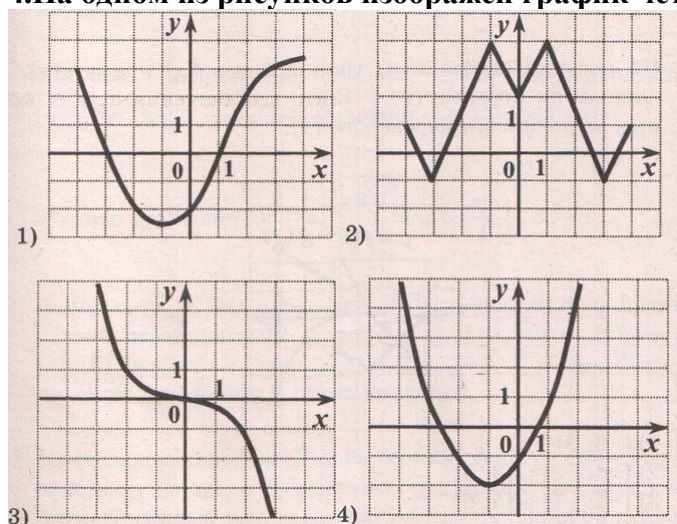
1) 1

2) $1/3$

3) 3

4) $3/17$

4. На одном из рисунков изображен график чётной функции. Укажите этот рисунок.



5. Найдите множество значений функции $y = 2,5 + \log_{1.7} x$.

1) $(2,5; +\infty)$

2) $(-\infty; 2,5)$

3) $(-\infty; +\infty)$

4) $(0; +\infty)$

6. Решите уравнение: $\operatorname{tg}(-4x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

1) $x = 3\pi, n \in \mathbb{Z}$

2) $x = -\frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z}$

3) $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{4}n, n \in \mathbb{Z}$

4) $x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{4}n, n \in \mathbb{Z}$

7. Решите неравенство $\log_9(2x+4) < 1$

1) $(-2; 9)$

2) $(-2; 2,5)$

3) $(-\infty; 2,5)$

4) $(2,5; +\infty)$

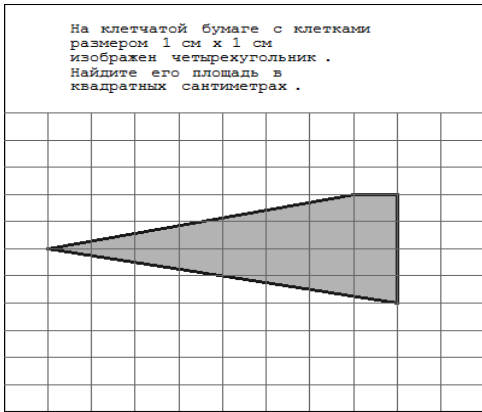
8. Найти площадь фигуры

1) 27,5

2) 28

3) 6

4) 17



9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{9-2x} - \frac{1}{32}}$$

- 1) $[2; +\infty)$ 2) $(-\infty; 2]$ 3) $(-\infty; -2]$ 4) $(-\infty; 2)$

10. Решите уравнение: $x^2 \log_x 27 \cdot \log_x x = x + 4$

- 1) $\frac{-4}{3}; 2$
 2) $\frac{-2}{3}; 1$
 3) 2
 4) 1

11. Решите уравнение $3^{x+1} - 5 \cdot 3^x + 18 = 0$

- 1) 3 2) 2 3) 0 4) -3

12. Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 + x - 6} = -x$$

- 1) -1,5; -2 2) -1,5 3) -3 4) нет корней

13. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 8$, косинус угла A равен 0,25. Найдите AC.

- 1) 18 2) 8 3) 4 4) 2

14. Задана функция $f(x) = \frac{x}{3} - \frac{3}{x}$, найдите $f'(3)$.

- 1) $\frac{3}{4}$
 2) $\frac{2}{3}$
 3) 1.
 4) 2.

15. На отрезке прямой $y = -\frac{2}{3}x + 3$, отсекаемом осями координат, количество точек с целыми координатами равно:

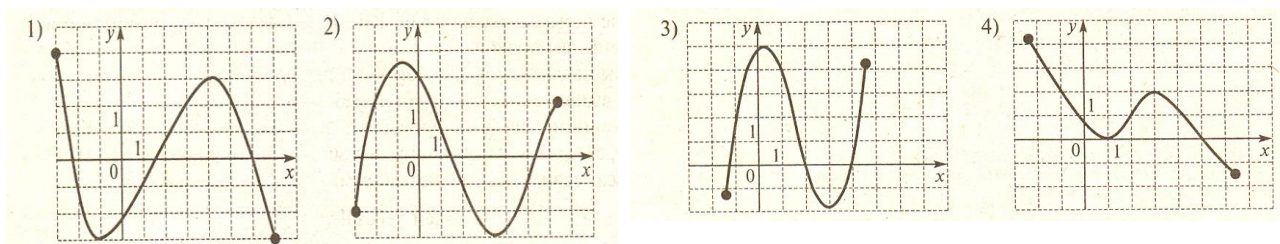
- 1) 2 2) 1 3) 4 4) 3

16. Решите уравнение

$$x^2 - 4x = \left(2 - \cos \frac{\pi x}{4}\right) \left(2 + \cos \frac{\pi x}{4}\right) - 8$$

- 1) 8 2) 2 3) 4 4) -6

26. На каком из рисунков изображен график функции, возрастающей на промежутке $[0;2]$



27. Упростите выражение: $\frac{3x-6}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-4}$

- 1) $\frac{3(x-3)}{x+2}$ 2) $\frac{3(x^2-9)}{x^2-4}$ 3) $\frac{27}{4}$ 4) $x-3$

28. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{-x}{2}} \leq 7$

- 1) $[-1; \infty)$ 2) $(0; 1)$ 3) $(-\infty; 4]$ 4) $(-\infty; 1]$

29. Решите уравнение: $4 \cdot 9^x + 12^x - 3 \cdot 16^x = 0$

- 1) -1 2) 0 3) 2 4) 1

30. Найти наибольшее целое значение функции $y = 4,3 \cos x$

- 1) 1 2) 0 3) 5 4) 4

31. Вычислить: $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

- 1) $-2\sqrt{3}$ 2) 4 3) $2\sqrt{3}$ 4) 2

32. Найти область определения функции $y = 5^{-x} - 2\ln(4x-x^2)$

- 1) $(0; 4)$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $[4; +\infty)$ 4) $[0; 4]$

33. Найти производную функции $f(x) = \frac{3-2x}{x}$

- 1) $\frac{2x^3}{3}$ 2) $-\frac{1}{15x^4}$ 3) $-\frac{3}{x^2}$ 4) $\frac{3x^2}{5}$

34. Решите систему неравенств: $\begin{cases} \sqrt{5x-1} \leq 2, \\ 2^{x+1} - 3 \cdot 2^{x+2} < -10. \end{cases}$

- 1) $\left[\frac{1}{5}; 1\right]$ 2) $\left(\frac{1}{5}; 1\right]$ 3) $\left[\frac{1}{5}; 1\right)$ 4) $\left[\frac{1}{5}; +\infty\right)$

35. Длина бокового ребра правильной треугольной пирамиды равна $\sqrt{3}$ см. Боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите радиус описанного около пирамиды шара.

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. 2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. 3) 1 см. 4) $\sqrt{3}$ см.

36. Упростите: $\cos^2 \alpha (1 + \cos^{-1} \alpha + \operatorname{tg} \alpha) (1 - \cos^{-1} \alpha + \operatorname{tg} \alpha)$

- 1) $2 \cos \alpha$ 2) $\frac{1}{2} \cos \alpha$ 3) $\sin 2\alpha$ 4) $\frac{1}{2} \sin \alpha$

37. При каких значениях $a > 0$ справедливо равенство $\int_{-a}^a \left(x^2 - 3x - \frac{3}{2}\right) dx = 0$

- 1) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ 2) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 4) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

38. Основания трапеции равны 4 и 12. Боковая сторона, равная 6, образует с большим основанием угол 30° . Найдите площадь трапеции.

- 1) 12. 2) 36. 3) 24. 4) 48.

39. Для арифметической прогрессии разность $d = 0,5$, $S_{15} = 337,5$. Найдите первый член этой прогрессии.

- 1) 18,5. 2) 20,5. 3) 16,5. 4) 19.

40. На вступительном экзамене по математике 15% поступающих не решили ни одной задачи, 144 человека решили задачи с ошибками, а число решивших все задачи верно относится к числу не решивших вовсе как 5: 3. Сколько человек всего сдавали экзамен?

- 1) 240 2) 250 3) 300 4) 200

41. При каких значениях k , уравнение $kx^2 - 100x + k = 0$ имеет один корень?

- 1) ± 1 2) 50 3) -50 4) 0; ± 50

42. Найдите первообразную для функции $f(x) = x^2 + 3 \sin x$

- 1) $\frac{x^3}{3} + 3 \cos x + C$ 2) $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{3} \cos x + C$
3) $x^3 + 3 \cos x + C$ 4) $\frac{x^3}{3} - 3 \cos x + C$

43. Решите уравнение: $17 \cdot 2^{\sqrt{x^2 - 8x}} - 8 = 2 \cdot 4^{\sqrt{x^2 - 8x}}$

- 1) -1 2) 9 3) -9; 1 4) -1; 9

44. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания относятся как 2:3, а диагональное сечение есть квадрат с площадью 169, тогда объем параллелепипеда равен:

- 1) 1014 2) 742 3) 845 4) 1012

45. Найдите производную функции $f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$

- 1) $-\cos x$ 2) $-\sin x$ 3) $\sin x$ 4) $\cos x$

46. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Найдите радиус основания цилиндра.

- 1) 8 см 2) 10 см 3) $10\sqrt{2}$ см 4) $5\sqrt{2}$ см

47. Решить неравенство: $|3x - 1| < 2$

1) $(-\frac{1}{3}; 1)$

2) $(\frac{1}{3}; 2)$

3) $(-\infty; 1)$

4) $(-2; 2)$

48. Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой оси и является четной периодической функцией с периодом, равным 8. На отрезке $[0; 4]$ функция $y = f(x)$ задана равенством

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1. \text{ Определите количество нулей функции на отрезке } [-6; 4]$$

1) 1

2) 3

3) 5

4) 4

49. Найдите значение выражения $-4\log_{11}(11^3)$

1) -64

2) $-1/64$

3) -12

4) -1

50. Решите уравнение $(16 - (4x + 5)^2)^{1/2} = 4 + \cos^2 2x$

1) 5

2) 4

3) $-5/4$

4) 0

51. Сколько примерно процентов составляет число 506 из числа 653?

1) 92,9

2) 77,4

3) 38,7

4) 15,5

52. Решить уравнение $5,4:2,4 = x:1,4$

1) 3,6

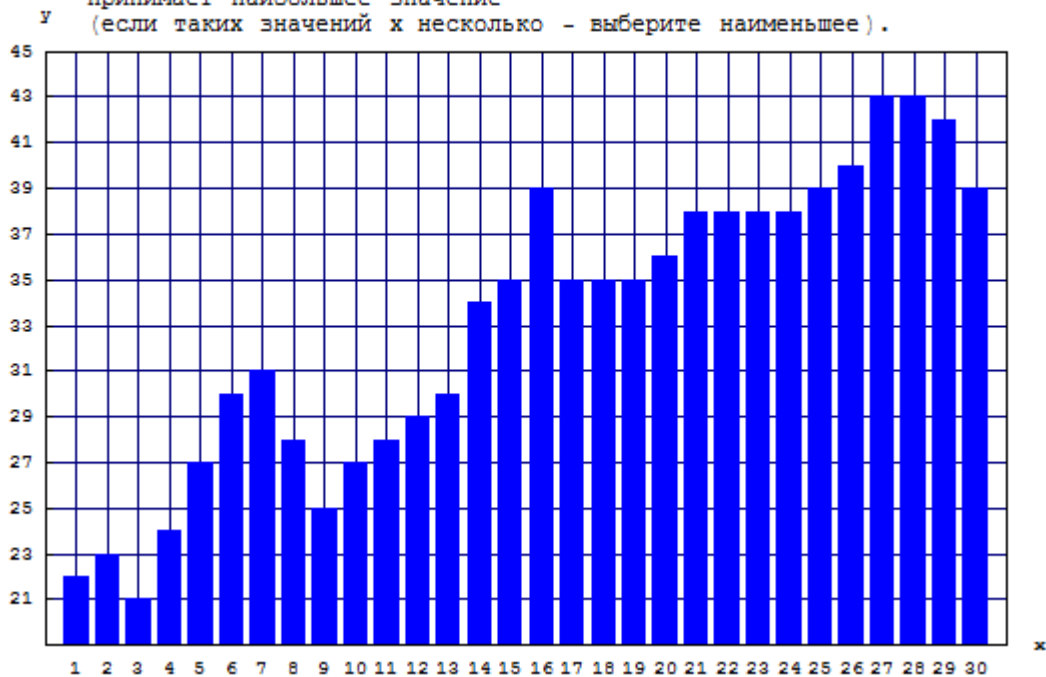
2) 4

3) 2,8

4) 4,6

53.

На диаграмме изображена зависимость величины y от величины x . При каком значении аргумента x , величина y принимает наибольшее значение (если таких значений x несколько - выберите наименьшее).



1) 18

2) 27

3) 20

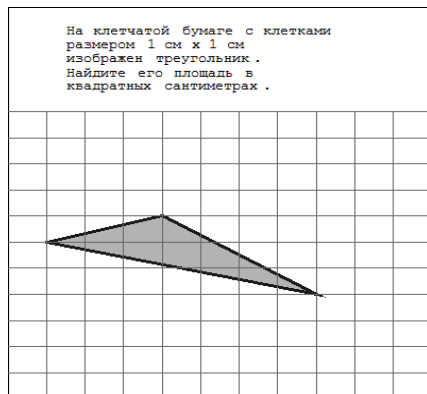
4) 15

54. Флакон шампуня стоит 110 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, если скидка составляет 15% ?

- 1) 10 2) 9 3) 12 4) 7

55. Найдите площадь фигуры

- 1) 1,5 2) 7,5 3) 2,5 4) 6,5



56. Строительной фирме нужно приобрести 40 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	3700	10400	
Б	4500	8400	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	3800	8400	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно

- 1) 180000 2) 160400 3) 148000 4) 158400

57. В арифметической прогрессии $d = 2$; $n = 50$; $S_n = 2650$. Найдите первый и n -ый члены.

- 1) $a_1 = -7$, $a_{50} = 91$. 2) $a_1 = 2$, $a_{50} = 100$.
3) $a_1 = -1$, $a_{50} = 97$ 4) $a_1 = 4$, $a_{50} = 102$.

58. Из двух городов, расстояние между которыми 500 км, одновременно навстречу друг другу выехали трактор и грузовик. Если скорость грузовика в 4 раза больше скорости трактора и они встретились через 4 часа, то чему равна скорость трактора?

- 1) 33 км/ч. 2) 100 км/ч. 3) 80 км/ч. 4) 25 км/ч.

59. Найдите все углы параллелограмма, если разность двух из них равна 70°.

- 1) 145° и 135°. 2) 55° и 125°. 3) 120° и 60°. 4) 110° и 78°.

60. Площадь осевого сечения прямого кругового цилиндра равна 24. Найдите площадь его боковой поверхности.

- 1) $36\sqrt{\pi}$ 2) 72. 3) 24π . 4) 68. 5) $8\pi^2$.

61. Найдите первообразную функции $f(x) = \frac{1}{x^3} + x$.

- 1) $\frac{1}{2x^2} - x^2 + C$. 2) $-\frac{1}{2x^2} + \frac{x^2}{2} + C$. 3) $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2} + C$. 4) $\frac{1}{x^4} + x^2 + C$.

62. Решите уравнение: $2\sin\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2} - \sin\frac{3x}{2} = 0$.

- 1) $\frac{2}{3}\pi, n \in Z$. 2) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$.
3) $\frac{2}{3}\pi, n \in Z, (-1)^k \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$. 4) $2\pi n, n \in Z, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$.

63. Упростите: $\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha$.

- 1) 0. 2) $\sin \alpha$. 3) $\cos \alpha$. 4) $\operatorname{tg} \alpha$. 5) $-\sin \alpha$.

64. Упростите выражение: $\left(\frac{\sqrt{x}+3\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - (\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})^{-1}\right) \cdot \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{8(\sqrt{y})^3}$

- 1) $1/2y$. 2) $1/2\sqrt{y}$. 3) $1/4y$. 4) $1/4\sqrt{y}$.

65. Решите неравенство: $\log_3(x+4)(x-1) < \log_3(x-1)$.

- 1) $(1; +\infty)$. 2) $(-\infty; -3)$. 3) $(-3; 1)$. 4) Нет решения.

66. Дачник, идущий к проезду, пройдя за первый час 3,5 км, рассчитал, что двигаясь с такой скоростью, он опоздает на 1 ч. Поэтому он остальной путь проходит со скоростью 5 км/ч и приходит за 30 мин. до отхода поезда. Определите, какой путь должен был пройти дачник.

- 1) 21 км. 2) 20 км. 3) 25 км. 4) 19 км.

67. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если $b_2 = -18, b_5 = 144$.

- 1) $q = 3$. 2) $q = -3$. 3) $q = -2$. 4) $q = 2$.

68. Найдите значение выражения: $96:7,5+288,51(80-76,74)$

- 1) 101. 2) 10,13. 3) 1. 4) 101,3.

69. Скорость основания прямого параллелепипеда равна 2 см и 4 см, а синус угла между ними равен $\frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите угол, который образует меньшая диагональ

параллелепипеда с основанием, если ее длина $4\sqrt{2}$.

- 1) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{4}$. 2) 60° . 3) 30° . 4) 45° .

70. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -\frac{\ln^2 x}{x}$ на промежутке $\left[\frac{1}{e}; e^2\right]$.

- 1) $2e$. 2) e . 3) e^2 . 4) $\frac{4}{e^2}$.

71. Дана функция $f(x) = (4 - 1,5)^{10}$. Найдите $f'(x)$.

- 1) $1,5(4 - 1,5x)^{10}$. 2) $1,5(4 - 1,5x)^9$. 3) $-15(4 - 1,5x)^9$. 4) $6(4 - 1,5x)^9$.

72. Найдите область определения функции $y = \sqrt{3^x - 9}$

- 1) $[2; \infty)$. 2) $(-\infty; 2]$. 3) $[-2; 2]$. 4) $(-\infty; \infty)$.

73. Найдите площадь ромба ABCD, если его высота BK равна 6 см, а угол ABC равен 120° .

- 1) $24\sqrt{3}$ 2) 72 3) $18\sqrt{3}$ 4) $16\sqrt{3}$

74. В прямоугольном треугольнике катеты равны 12 и 5 соответственно. Найдите длины отрезков, на которые делит гипотенузу биссектриса прямого угла.

- 1) $\frac{65}{17}; \frac{155}{17}$. 2) 11; 2. 3) $\frac{65}{17}; \frac{156}{17}$. 4) $\frac{156}{17}; \frac{64}{17}$.

75. Найдите первообразную функции $f(x) = -\frac{3}{\sin^2 3x}$.

- 1) $\frac{2}{3}\text{tg}3x + C$. 2) $\frac{1}{3}\text{ctg}3x + C$. 3) $\text{ctg}3x + C$. 4) $-\text{tg}3x + C$.

76. На сколько примерно процентов число 712 больше числа 549?

- 1) 5,9 2) 23,8 3) 35,7 4) 29,7

77.

На рисунке показан график зависимости величины y от величины x . При каком значении аргумента x , величина y принимает наибольшее значение на промежутке $2 \leq x \leq 17$. y (если таких значений x несколько - выберите наименьшее).



- 1) 12 2) 30 3) 4 4) 6

78. В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 160 человек. Сколько килограммовых пачек сахара понадобится на весь лагерь на 6 дней?

- 1) 38 2) 39 3) 40 4) 38,4

79. Найти площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;7), (6;7), (4;9)

- 1) 2 2) 5 3) 1 4) 10

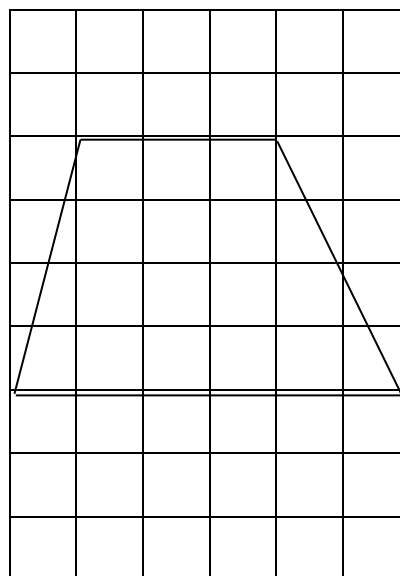
80. Клиент хочет арендовать на сутки автомобиль для поездки протяженностью 600 км. В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберёт самый дешевый вариант?

- 1) 4100 2) 4200 3) 4300 4) 4400

автомобиль	топливо	Расход топлива на 100 км	Аренда за сутки
А	Дизельное	6	3500
Б	Бензин	8	3300
В	газ	11	3200

81. Вычислить площадь фигуры

- 1) 18
2) 20
3) 9
4) 6



82. Точка В делит отрезок АС в отношении 4 : 1. Найдите координаты точки В, если А(-1; 3; 2), С(4; 13; 12).

- 1) (2; 6,5; 6). 2) (3; 11; 10). 3) (2,5; 8; 7). 4) (3; 10; 11).

83. Блок, вмещающий 10 тысяч л. заполняют бензином двумя насосами, второй из которых вливает в минуту на 10 л меньше, чем первый. За 10 мин. бак был заполнен на 50 %. Сколько литров бензина влил каждый насос?

- 1) 2650 л; 2550 л. 2) 2350 л; 2250 л. 3) 2550 л; 2450 л. 4) 2450 л; 2350 л.

84. Средняя линия трапеции равна 7 см. Одно из ее оснований больше другого на 4 см. Найдите основания трапеции.

- 1) 10 см, 4 см. 2) 8 см, 6 см. 3) 5 см, 9 см. 4) 11 см, 3 см

85. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 30° и равна 8 см. Найдите площадь осевого сечения конуса.

- 1) $8\sqrt{3}$ см². 2) $16\sqrt{3}$ см². 3) $4\sqrt{3}$ см². 4) $12\sqrt{3}$ см².

86. Решите уравнение: $0,3x(x + 13) - 2x(0,9 - 0,2x) = 0$.

- 1) 0; 4,5. 2) 0; -3. 3) 0; 25/3. 4) 0; 3.

87. Упростите: $1 - 8 \sin^2 \beta \cos^2 \beta$.

- 1) $\cos 4\beta$. 2) $\sin 2\beta$. 3) $\cos 2\beta$. 4) $\sin 4\beta$.

88. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2 + 4x}{2x - 3} < 1$.

- 1) $\left(-\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$. 2) $\left(\frac{3}{2}; \infty\right)$. 3) $\left(-3; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; \infty\right)$. 4) $(-3; \infty)$.

89. Две трубы вместе наполняют бассейн за 6 часов. Определите за сколько часов наполняют бассейн каждая труба в отдельности, если известно, что из первой трубы в час вытекает на 50 % больше воды, чем из второй.

- 1) 10 ч; 20 ч. 2) 15 ч; 10 ч. 3) 30 ч; 15 ч. 4) 25 ч; 20 ч.

90. Найдите сумму первых пятнадцати членов арифметической прогрессии, для которой $a_1 = 6$, $a_{10} = 33$.

- 1) 420. 2) 315. 3) 405. 4) 345.

91. Большая сторона параллелограмма равна 5 см, а высота – 2 см и 2,5 см. Найдите вторую сторону параллелограмма.

- 1) 12. 2) 4. 3) 7,5. 4) 3.

92. Найдите площадь правильного треугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 5 см.

- 1) $75\sqrt{3}$ 2) $150\sqrt{3}$ 3) $75\sqrt{2}$ 4) $150\sqrt{2}$

93. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 10 см.

- 1) $5\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{5}$ 3) -5 4) 5

94. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x - 3y = 2, \\ \log_2(2x + y + 6) = 4 \end{cases}$$

- 1) $\left(3; \frac{4}{3}\right)$. 2) (4; 2) 3) (-2; 2) 4) (-3; 4).

95. Решите уравнение: $x^2 * \log_x 27 * \log_9 x = x + 4$.

- 1) 1. 2) Нет решений. 3) 2. 4) -2.

96. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(12 - \frac{x}{2}) < -2$.

- 1) $x < 24$. 2) $x < 6$. 3) $0 < x < 6$. 4) $x > 6$.

97. Упростите: $\left(\frac{2m - 3n}{\sqrt{2m} + \sqrt{3n}} + \sqrt{3n}\right)^2$

- 1) $2m$. 2) $\sqrt{2m}$. 3) $\sqrt{2m} + \sqrt{3n}$. 4) $3n + 2m$.

98. Двое рабочих за смену вместе изготовили 72 детали. После того как первый рабочий повысил производительность труда на 15 %, а второй – на 25 %, вместе за смену они стали изготавливать 86 деталей. Сколько деталей изготавливает каждый рабочий за смену после повышения производительности труда?

- 1) 44; 42. 2) 46; 40. 3) 43; 43. 4) 41; 45.

99. В цилиндрический сосуд налили 2900 см³ воды. Уровень воды при этом достиг высоты 20 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 15 см. Чему равен объем детали?

- 1) 2175 2) 725 3) 2360 4) 2700

100. В треугольнике ABC угол C равен 90°, косинус угла A равен 0,55. Найти синус угла B.

- 1) 0,45 2) 0,55 3) 1 4) 0,6